▶**R04 Pour m paramètre complexe résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation**
$(\boldsymbol{E}) :\ \boldsymbol{z^2 - m(m+i)z + im^3}$.

Corrigé

$z^2 - m(m+i)z + im^3 = 0$ est de la forme $az^2 + bz + c = 0$
avec $a = 1$, $b = -m(m+i)$ et $c = im^3$, son discriminant est :

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac = [-m(m+i)]^2 - 4(1)(im^3)\\ &= m^2(m+i)^2 - 4im^2 = m^2(m^2 + 2im - 1 - 4im)\\ &= m^2(m^2 - 2im - 1) = m^2(m^2 - 2im + i^2) = m^2(m-i)^2\end{aligned}$$

En posant $\delta = m(m-i)$ on a :

$$\delta^2 = \big(m(m-i)\big)^2 = \big(m(m-i)\big)^2 = \Delta$$

donc les solutions de (E) sont :

$$z_1 = \frac{-b-\delta}{2a} = \frac{m(m+i) - m(m-i)}{2(1)} = \frac{m^2 + mi - m^2 + mi}{2} = mi$$
$$z_2 = \frac{-b+\delta}{2a} = \frac{m(m+i) + m(m-i)}{2(1)} = \frac{m^2 + mi + m^2 - mi}{2} = m^2$$

Conclusion : $(\boldsymbol{E})$ **admet deux solutions dans $\mathbb{C}$, $\boldsymbol{mi}$ et $\boldsymbol{m}^2$**.